

CHƯƠNG V

CHUYỂN ĐỘNG NG C B N C A V T R N

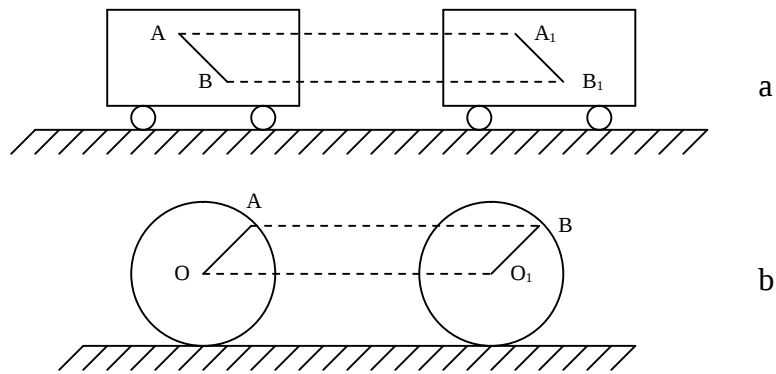
Bài 16. CHUYỂN ĐỘNG TÍNH TÍNH N C A V T R N

I. Định nghĩa

Chuyển động tính tính của vật rắn là chuyển động trong đó lấy bất kỳ điểm nào trên vật cũng luôn song song với vị trí ban đầu của nó.

Trong thực tế gặp rất nhiều trường hợp vật chuyển động tính tính. Vật rắn chuyển động tính tính thường gặp là:

- Tính tính thẳng: Toa xe lửa chuyển động trên đường ray (hình 16 – 1a)
- Tính tính cong: Thanh truyền AB trong cơ cấu hình bình hành của máy xe lửa (hình 16 – 1b)



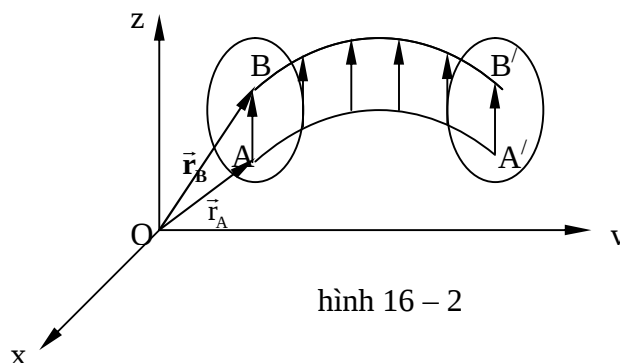
hình 16 - 1

II. Tính chất của chuyển động tính tính

Định lý: Khi vật rắn chuyển động tính tính, các điểm thuộc vật sẽ nên những quỹ đạo đồng nhất (có thể đồng trùng khít lên nhau), tại mọi thời điểm, các điểm thuộc vật có vận tốc bằng nhau và gia tốc bằng nhau.

Chứng minh:

Lấy 2 điểm A, B bất kỳ thuộc vật. Giả sử vị trí của chúng tại thời điểm t được xác định bởi các vectơ $\vec{r}_A$ và $\vec{r}_B$ (hình 16 - 2)



hình 16 - 2

Định nghĩa $\vec{AB}$, ta có : $\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{AB}$ (16.1)

Trong đó: $\vec{AB}$ là vectơ có môđun và phương chiều không đổi (vật rắn chuyển động tịnh tiến). Do đó, vị trí của điểm B có được bằng cách dịch chuyển song song các điểm trên quỹ đạo của A đi cùng một vectơ không đổi $\vec{AB}$. Vậy quỹ đạo của điểm A và B là những đường cong giống nhau (tức là có thể đặt trùng khít lên nhau).

Để xác định vận tốc các điểm A và B ta lấy đạo hàm hai vế của (16.1) theo thời gian:

$$\frac{d\vec{r}_B}{dt} = \frac{d\vec{r}_A}{dt} + \frac{d(\vec{AB})}{dt}$$

$$\text{Vì } \frac{d(\vec{AB})}{dt} = 0$$

$$\text{Nên } \frac{d\vec{r}_B}{dt} = \frac{d\vec{r}_A}{dt} \quad \text{hay} \quad \vec{v}_A = \vec{v}_B$$

Tiếp tục lấy đạo hàm theo hai vế của đẳng thức $\vec{v}_A = \vec{v}_B$ ta được:

$$\frac{d\vec{v}_A}{dt} = \frac{d\vec{v}_B}{dt} \quad \text{hay} \quad \vec{a}_A = \vec{a}_B$$

Vậy, với một đường hình học vật rắn chuyển động tịnh tiến được thay thế bằng chuyển động của điểm bất kỳ thuộc vật. Do đó, việc khảo sát vật rắn chuyển động tịnh tiến được đưa về bài toán đường hình học điểm (đã khảo sát ở chương IV).

CÂU HỎI ÔN TẬP

1. Định nghĩa chuyển động tịnh tiến của vật rắn? Cho ví dụ?
2. Vì sao khi khảo sát chuyển động tịnh tiến của vật rắn, chỉ cần khảo sát chuyển động của một điểm thuộc vật.

Bài 17. CHUYỂN ĐỘNG NG C A V T R N QUAY QUANH TR C C ĐINH**I. Định nghĩa**

Vật rắn quay quanh trục cố định khi trong quá trình chuyển động, vật có hai điểm bất kỳ cố định.

Trục đi qua hai điểm cố định đó gọi là trục quay của vật.

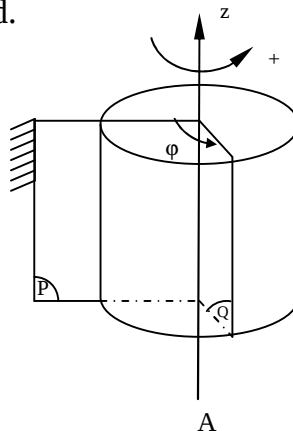
Khi một vật quay quanh trục cố định, mọi điểm thuộc vật chuyển động trên một đường tròn có tâm nằm trên trục quay, có bán kính bằng khoảng cách từ điểm đó đến trục quay.

II. Phương trình chuyển động của vật quay

Giả sử vật rắn (A) quay quanh trục cố định Z. Dùng mặt phẳng (P) cố định và chia trục z làm chuần, đường thẳng đường mặt phẳng (Q) gắn liền với vật (A) (hình 17 - 1). Như vậy, vị trí của vật (A) hoàn toàn xác định bởi góc φ giữa hai mặt phẳng [P] và [Q]. Khi vật quay, góc quay φ luôn thay đổi theo thời gian, nên:

$$\varphi = \varphi(t) \text{ gọi là phương trình chuyển động của điểm } \quad (17-1)$$

Đơn vị góc quay là rad.



Hình 17 - 1

Trong kỹ thuật, góc quay của vật thường được tính theo số vòng quay N. Liên hệ giữa φ và n như sau:

$$\varphi = 2\pi.N \quad (17.2)$$

Góc quay φ là góc đổi số. Trường hợp hợp vật quay theo một chiều nhất định thì ta chọn chiều quay đó là chiều dương.

III. Vận tốc góc

Khi vật quay, góc quay φ biến thiên theo thời gian. Để biểu thị tốc độ quay và chiều quay của vật, ta đưa ra khái niệm vận tốc góc.

Ký hiệu: ω

$$\overline{\omega} = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi'(t) \quad (17.3)$$

Đơn vị đo của ω là rad/s

Vận tốc góc tại thời điểm của vật rắn quay quanh trục cố định tại một thời điểm nào đó bằng đạo hàm bậc nhất của góc quay theo thời gian cũng tại thời điểm đó.

Trong k^h thu^t, v^hn t^hc góc th^h ng đ^hc đo b^hng s^h vòng quay trong m^ht phút (vòng/phút) g^hi là v^hn t^hc vòng. Ký hi^hu: n

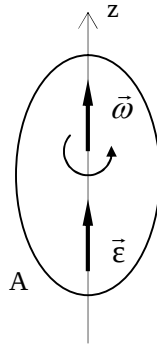
Liên h^h gi^ha ω và n:

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} \left(\frac{rad}{s} \right) \quad (17.4)$$

G^hi $\vec{k}$ là véct^h đ^hn v^h trên tr^hc Z, ta g^hi véct^h

$$\vec{\omega} = \omega \cdot \vec{k} = \omega'(t) \vec{k}$$

là véct^h v^hn t^hc góc c^ha v^ht quay. V^hy véct^h v^hn t^hc góc $\vec{\omega}$ cho ta bi^ht đ^hi c^h tr^hc quay, chi^hu quay và v^hn t^hc quay c^ha v^ht (hình 17 - 2)



hình 17 - 2

IV. Gia t^hc góc

V^ht r^hn nói chung m^hi lúc quay nhanh ch^hm khác nhau, có khi còn thay đ^hi c^h chi^hu quay. Đ^hi l^h ng bi^hu th^h cho s^h thay đ^hi đó c^ha v^hn t^hc góc theo th^hi gian g^hi là gia t^hc góc. Ký hi^hu $\bar{\epsilon}$

$$\bar{\epsilon} = \frac{d\omega}{dt} = \omega''(t) = \phi''(t) \quad (17.5)$$

Đ^hn v^h đo c^ha gia t^hc góc là rad/s^2 .

V^hy gia t^hc t^hc th^hi c^ha v^ht quay t^hi m^ht th^hi đ^hm nào đó b^hng đ^ho hàm b^hc nh^ht c^ha v^hn t^hc góc theo th^hi gian ho^hc b^hng đ^ho hàm b^hc hai c^ha góc quay theo th^hi gian t^hi th^hi đ^hm đó.

Ta có véct^h: $\vec{\epsilon} = \bar{\epsilon} \cdot \vec{k}$

là véct^h gia t^hc góc c^ha v^ht. V^hy véct^h gia t^hc góc cũng là véct^h n^hm trên tr^hc z, tr^hs^h và chi^hu đ^hc xác đ^hnh b^hi đ^hi s^h gia t^hc góc $\bar{\epsilon}$ (hình 17 - 2).

V^ht chuy^hn đ^hng quay nhanh đ^hn hay ch^hm đ^hn lúc t^hc đ^h quay tăng hay gi^hm theo th^hi gian. Do đó, đ^hu hi^hu c^ha chuy^hn đ^hng quay nhanh đ^hn, ch^hm đ^hn là:

- $\omega \cdot \bar{\epsilon} > 0$: v^ht chuy^hn đ^hng quay nhanh đ^hn.
- $\omega \cdot \bar{\epsilon} < 0$: v^ht chuy^hn đ^hng quay ch^hm đ^hn.

V. Các chuy^hn đ^hng quay th^h ng g^hp

1. Chuy^hn đ^hng quay đ^hu

$$\omega = \text{h^hng s^h} \quad \text{và} \quad \bar{\epsilon} = 0$$

$$\text{Phương trình chuyển động : } \varphi = \varphi_0 + \omega t \quad (17.6)$$

2. Chuyển động quay biến đổi đều

ε là hằng số

$$\text{Phương trình chuyển động : } \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \varepsilon t^2 \quad (17.7)$$

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t$$

Nếu chọn chiều dương trùng với chiều quay ban đầu của vật thì :

- $\varepsilon > 0$: vật quay nhanh dần đều.
- $\varepsilon < 0$: vật quay chậm dần đều.

* Ví dụ 1: Vật quay quanh trục cố định theo phương trình : $\varphi = 2t^2 + t + 1$ (φ tính bằng rad, t tính bằng giây)

Xác định: a) Góc quay của vật trong 3 giây đầu?

b) Vận tốc góc và gia tốc góc tại thời điểm $t = 3s$?

c) Vật có đổi chiều quay hay không?

Giải

a) Góc quay của vật trong 3 giây đầu

– Tại thời điểm đầu $t_0 = 0$ thì $\varphi_0 = 1 \text{ rad}$

– Tại thời điểm sau $t_1 = 3s$ thì $\varphi_1 = 2.3^2 + 3 + 1 = 22 \text{ rad}$

Vậy góc quay $\varphi = \varphi_1 - \varphi_0 = 22 - 1 = 21 \text{ rad}$

b) Vận tốc và gia tốc tại thời điểm $t = 3s$

– $\omega = \varphi'(t) = 4t + 1 = 4.3 + 1 = 13 \text{ rad/s}$

– $\varepsilon = \omega'(t) = 4 \text{ rad/s}^2$

c) Vật không đổi chiều quay vì $\omega = 4t + 1 > 0 \quad \forall t$

* Ví dụ 2: Một trục máy trong giai đoạn máy quay nhanh dần đều. Sau 5 phút đầu vận tốc $n = 120$ vòng/phút. Tính gia tốc góc của trục và số vòng quay đầu tiên trong 5 phút đó.

Giải

Ta có : $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$

vì $\omega_0 = 0$ nên $\omega = \varepsilon t$

Trong đó : $\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{\pi.120}{30} = 4\pi \text{ rad/s}$

Khi $t = 5 \text{ phút} = 300 \text{ giây}$

$$\varepsilon = \frac{\omega}{t} = \frac{4\pi}{300} = \frac{\pi}{75} \text{ rad/s}^2$$

$$\text{Ta l i c ó : } \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \varepsilon t^2$$

$$\text{Ch n } \varphi_0 = 0$$

$$\omega_0 t = 0 \text{ (v i } \omega_0 = 0)$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{1}{2} \varepsilon t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{75} \cdot 300^2 = 600\pi \text{ rad}$$

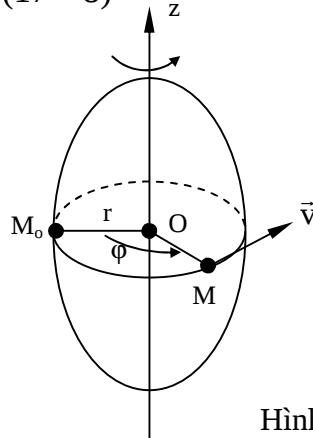
$$\text{M t kh c : } \varphi = 2\pi N$$

$$\Rightarrow N = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{600\pi}{2\pi} = 300 \text{ v o n g}$$

VI. Chuy n đ ng c a đ i m thu c v t r n quay quanh tr c c đ nh

1. Ph n g tr n chuy n đ ng c a đ i m

Xét đ i m M b t kỳ thu c v t v i kho ng cách t i M đ n tr c quay không đ i $r = OM$. Ta dùng ph n g pháp t i đ i t i nh iên đ i kh o sát chuy n đ ng c a đ i m M (hình 17 – 3). Ch n t i đ i cong $S = \widehat{M_0 M}$, thì ph n g tr n chuy n đ ng c a đ i m M là: $S = r \cdot \varphi(t)$ (17 – 8)



Hình 17-3

2. V n t i c c a đ i m thu c v t

$$\text{Ta c ó : } \bar{v} = \frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}(r \cdot \varphi) = r \cdot \frac{d\varphi}{dt} = r \cdot \bar{\omega}$$

v i chi u c a véct i $\bar{v}$ bao gi c ũng thu n chi u quay c a v t, t i c là chi u c a v n t i c góc ω , n ên:

$$v = r \cdot \omega \quad (17.9)$$

3. Gia t i c góc c a đ i m thu c v t

$$\text{Ta c ó : } \bar{a} = \bar{a}_t + \bar{a}_n$$

$$\text{M à : } a_t = v'(t) = r \cdot \omega'(t) = r \cdot \varepsilon$$

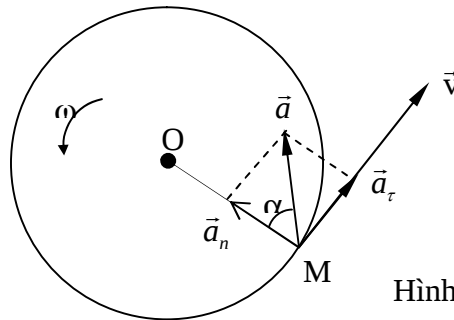
$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{(r \cdot \omega)^2}{r} = r \cdot \omega^2$$

$$\text{Gia tốc toàn phần: } a = \sqrt{a_r^2 + a_n^2} = r\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2} \quad (17-10)$$

$$\text{Gọi } \alpha \text{ là góc nghiêng của } \vec{a} \text{ với bán kính, ta có: } \operatorname{tg} \alpha = \frac{a_r}{a_n} = \frac{\varepsilon}{\omega^2}$$

– Vậy, vận tốc và gia tốc các điểm thuộc vật quay quanh trục có độ lớn tỉ lệ với bán kính r .

– Ở cùng một thời điểm, gia tốc các điểm hợp với bán kính tỉ lệ nghịch với chúng góc α nhau (hình 17 - 4).



Hình 17- 4

* Ví dụ: Một vật quay quanh trục có độ lớn O. Ở thời điểm khảo sát, điểm A cách trục quay khoảng $r = 0,5\text{m}$ có vận tốc $v = 2\text{m/s}$ và gia tốc là $8\sqrt{3} \text{ m/s}^2$

a) Tìm vận tốc góc và gia tốc góc của vật.

b) Tìm vận tốc và gia tốc điểm B cách trục quay khoảng $r = 0,2\text{m}$?

Giải

a) Vận tốc góc và gia tốc góc của vật

$$v_A = r \cdot \omega$$

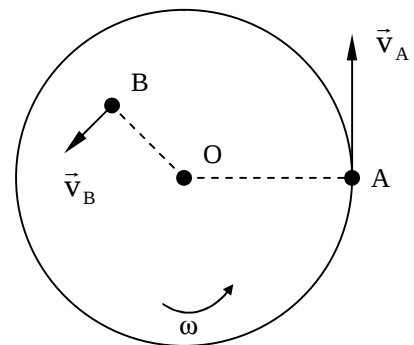
$$\Rightarrow \omega = \frac{v_A}{r} = \frac{2}{0,5} = 4 \text{ rad/s}$$

$$a_n = r \cdot \omega^2 = 0,5 \cdot 4^2 = 8 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Mà } a = \sqrt{a_n^2 + a_r^2}$$

$$\Rightarrow a_r = \sqrt{a^2 - a_n^2} = \sqrt{(8\sqrt{3})^2 - 8^2} = 8\sqrt{2} \text{ m/s}^2$$

$$\text{Mà } a_r = r \cdot \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = \frac{a_r}{r} = \frac{8\sqrt{2}}{0,5} = 16\sqrt{2} \text{ rad/s}^2$$



b) Tìm vận tốc và gia tốc điểm B

$$v_B = r \cdot \omega = 0,2 \cdot 4 = 0,8 \text{ m/s}$$

$$a_{tB} = r \cdot \varepsilon = 0,2 \cdot 16\sqrt{2} = 3,2\sqrt{2} \text{ m/s}^2$$

$$a_{nB} = \frac{v_B^2}{r} = \frac{0,8^2}{0,2} = 3,2 \text{ m/s}^2$$

$$a_B = \sqrt{a_{tB}^2 + a_{nB}^2} = \sqrt{(3,2\sqrt{2})^2 + (3,2)^2} = 3,2\sqrt{3} \text{ m/s}^2$$

CÂU HỎI ÔN TẬP

1. Thế nào là chuyển động của vật rắn quay quanh trục cố định? Cho ví dụ?
2. Trình bày cách xác định vận tốc góc và gia tốc góc của vật quay. Làm thế nào để biết vật rắn quay nhanh hay chậm dần?
3. Viết biểu thức vận tốc góc và phương trình chuyển động của vật quay biến đổi đều.
4. Tại một thời điểm, vận tốc và gia tốc của các điểm thuộc vật rắn quay quanh trục cố định phụ thuộc vào những yếu tố nào? Tại sao?